

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

MODÈLE DE FONCTION ALÉATOIRE DE COUVERTURE APPLICABLE AUX PHÉNOMÈNES DE FILIATION A BASE POISSONNIENNE

Pierre-Yves ARQUÈS

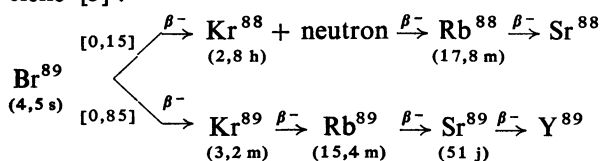
Faculté des Sciences de Rennes,
B. P. 25 A, 35-Rennes

(Reçu le 23 juillet 1970)

Résumé. — On étudie un modèle statistique applicable aux phénomènes de filiation radioactive à plusieurs étages. Chaque événement se traduisant par une réalisation d'une impulsion aléatoire, on détermine les statistiques des deux premiers ordres de la fonction de couverture associée au phénomène global, en fonction des différentes lois des retards aléatoires introduits par le phénomène de filiation.

Abstract. — A statistical model is studied which can be applied to radioactive filiation phenomena with several successive emissions. Each event is supposed to produce a realization of a random impulse, and the two first-order statistical averages of the resultant random function are derived: they depend of the diverse laws of random delays introduced by the filiation phenomenon.

1. **Introduction.** — On a déterminé dans une note précédente [1] la distribution spectrale énergétique d'une fonction aléatoire de couverture stationnaire, engendrée par des groupes aléatoires d'impulsions aléatoires, lorsque les dates de référence des premières impulsions de chaque groupe constituent un processus de renouvellement stationnaire. Ce modèle, modifié, peut servir à l'étude des phénomènes de filiation radioactive ou de phénomènes analogues [2], dans lesquels chaque « mère » engendre un nombre constant de « filles » dont les influences respectives sont différentes et pour lesquels se produisent des pertes de comptage. On rencontre en physique nucléaire de nombreux phénomènes de filiation radioactive à « n filles », en particulier dans le processus de désintégration naturelle de corps radioactifs ou dans l'étude des produits de fission dans un réacteur (par exemple mesure des caractéristiques des neutrons retardés). Ainsi, par exemple, la filiation radioactive artificielle [3] :



On peut également tenir compte dans la représentation proposée dans la suite, des possibilités éventuelles de filiations différentes (points de branchement) qui se produisent avec des probabilités données.

Des modèles analogues ont déjà été étudiés, en

particulier par A. Blanc-Lapierre et P. Dumontet dans le cas d'une seule « fille » [2, 4, 5, 6].

2. **Description du phénomène de filiation.** — Un phénomène primaire $\varepsilon_1 = \{\varepsilon_{1,g}\}$ se produit aux instants $t_{1,g}$ d'un processus de Poisson stationnaire de paramètre ρ . Chaque événement $\varepsilon_{1,g}$ déclenche une suite de $(n-1)$ événements retardés $\varepsilon_{2,g}, \varepsilon_{3,g}, \dots, \varepsilon_{n,g}$, se produisant respectivement aux instants

$$\begin{aligned}
 t_{2,g} &= t_{1,g} + \theta_{1,g}, & t_{3,g} &= t_{2,g} + \theta_{2,g}, \dots, \\
 t_{n,g} &= t_{n-1,g} + \theta_{n-1,g}.
 \end{aligned}$$

Les $\theta_{K,g}$ sont des variables aléatoires indépendantes, à valeurs positives ou nulles; les $\theta_{K,g}$ sont indépendantes des $t_{K,g}$; pour un même K , elles sont de même loi, et pourront donc être représentées par la variable aléatoire θ_K ayant $\varphi_K(u)$ pour fonction caractéristique. Ces phénomènes ε_i sont détectés par un même dispositif de comptage recevant le phénomène ε constitué par la superposition des n phénomènes ε_i , et intervenant par les deux effets successifs de « pertes de comptage » et « d'association de fonctions de pondération » (voir Fig.). On confondra dans la suite les dénominations des différents phénomènes et des processus ponctuels correspondants.

Le dispositif de comptage introduit des pertes de comptage transformant ε_K en $e_K = \{e_{K,g}\}$, par effacement aléatoire de certains $t_{K,i}$ ($K = 1, 2, \dots, n$). Ces effacements se font par tirages au sort indépendants entre eux et indépendants des $t_{K,g}$. La probabilité de conserver un $t_{K,g}$ est α_K , la loi de tirage au sort

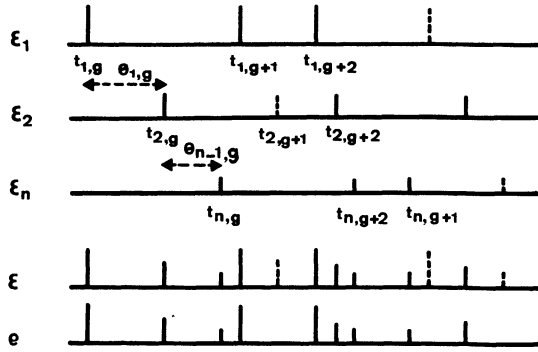


FIG. 1.

étant la même pour tous les événements correspondant à un même K .

Le dispositif de comptage associe ensuite à chaque $e_{K,g}$ une fonction aléatoire de pondération, réelle ou complexe, $H_{K,g}(t)$. Les réalisations de $H_{K,g}(t)$ sont supposées pourvues chacune d'une transformée de Fourier, elle-même réalisation d'une fonction aléatoire $h_{K,g}(v)$. Les fonctions aléatoires $H_{K,g}(t)$ (ou $h_{K,g}(v)$) sont, pour un même K , de même loi de probabilité, et seront donc éventuellement représentées par $H_K(t)$ (ou $h_K(v)$). Pour $g \neq g'$, quels que soient K et K' , les fonctions $H_{K,g}$ et $H_{K',g'}$ (ou $h_{K,g}$ et $h_{K',g'}$) sont supposées indépendantes entre elles. Par contre, pour un même g , les $H_{K,g}$ (ou les $h_{K,g}$) sont supposées corrélées entre elles, de covariance indépendante de g ; on pose ($\forall K$ et $l \in [1, n]$):

$$C_{Kl}(t_1, t_2) = E \{ H_{K,g}(t_1) H_{l,g}^*(t_2) \} \quad (1)$$

$$c_{Kl}(v) = E \{ h_{K,g}(v) h_{l,g}^*(v) \} \quad (2)$$

et l'on a pour $g \neq g'$:

$$E \{ H_{K,g}(t_1) H_{l,g'}^*(t_2) \} = E \{ H_K(t_1) \} E \{ H_{l,g'}^*(t_2) \} \quad (3)$$

$$E \{ h_{K,g}(v) h_{l,g'}^*(v) \} = E \{ h_K(v) \} E \{ h_{l,g'}^*(v) \}. \quad (4)$$

Les différents ensembles de quantités aléatoires $\{ \varepsilon_K, K = 1, 2, \dots, n \}$, $\{ H_K, K = 1, 2, \dots, n \}$ ou $\{ h_K, K = 1, 2, \dots, n \}$, $\{ \theta_K, K = 1, 2, \dots, n \}$ sont indépendants entre eux. Il en est de même des ensembles de fonctions associés à des g différents.

Le comptage associe donc au processus ε par l'intermédiaire du processus e formé par la superposition des n processus de Poisson e_K non indépendants entre eux, la fonction aléatoire de couverture:

$$X(t) = \sum_{K=1}^n \sum_{\varepsilon_K} H_{K,g}(t - t_{K,g}). \quad (5)$$

Le processus d'effacement aléatoire peut être représenté par l'association, à chaque $\varepsilon_{K,g}$, de la fonction de pondération $q_{K,g} H_{K,g}(t)$, dans laquelle $q_{K,g}$ est une variable aléatoire pouvant prendre les valeurs 0 et 1 avec les probabilités $(1 - \alpha_K)$ et α_K . Les $q_{K,g}$ sont toutes indépendantes entre elles et des $t_{K,i}$ (quels que soient K, i et g). La fonction de couverture s'écrit alors:

$$\begin{aligned} X(t) &= \sum_{K=1}^n \sum_{\varepsilon_K} q_{K,g} H_{K,g}(t - t_{K,g}) \quad (6) \\ &= \sum_g \sum_{K=1}^n q_{K,g} H_{K,g}(t - t_{K,g}). \end{aligned}$$

On représentera dans la suite par $\Re\{Z\}$ la partie réelle de Z , par Z^* le complexe conjugué de Z , par $\delta(v)$ la distribution de Dirac en $v = 0$ et par $(f * g)(t)$ le produit de convolution de deux fonctions f et g de la variable t .

3. Statistiques des deux premiers ordres de $X(t)$.

— 3.1 La fonction aléatoire $X(t)$ peut être considérée, suivant le modèle déduit de celui de [1,7] comme la fonction de couverture engendrée par des groupes de n impulsions, les dates de référence des premières impulsions de chaque groupe constituant le processus de Poisson ε_1 . Les groupes sont statistiquement indépendants et peuvent éventuellement se superposer entre eux. De même les $H_{K,g}(t)$ peuvent éventuellement se recouvrir, et ne sont pas forcément à support borné; elles sont cependant supposées telles que les calculs ultérieurs seront justifiés, assurant en particulier la convergence de $X(t)$. On a donc:

$$X(t) = \sum_g R_g(t - t_{1,g}) \quad (6)$$

avec:

$$R_g(t) = \sum_{K=1}^n q_{K,g} H_{K,g} \left(t - \sum_{j=0}^{K-1} \theta_{j,g} \right) \quad (7)$$

(en posant $\theta_{0,g} = 0$ quel que soit g).

Les $R_g(t)$ sont des fonctions aléatoires indépendantes, de même loi de probabilité, et seront donc éventuellement représentées par $R(t)$. Il en est de même des fonctions aléatoires $r_g(v)$ dont les réalisations sont les transformées de Fourier des réalisations de $R_g(t)$ et qui pourront être représentées par $r(v)$. En raison des hypothèses faites (stationnarité de ε_1 et même loi pour les R_g), la fonction aléatoire $X(t)$ est stationnaire.

3.2. Le premier moment (ou valeur moyenne) et la distribution spectrale énergétique de $X(t)$ sont donnés par les relations [2, 8]

$$E\{X(t)\} = \rho E\{r(0)\} \quad (8)$$

$$\gamma_X(v) = \rho^2 |E\{r(0)\}|^2 \delta(v) + \rho E\{|r(v)|^2\}. \quad (9)$$

Le calcul de $E\{X\}$ et de $\gamma_X(v)$ peut se faire en suivant un développement analogue à celui de [7].

La transformée de Fourier de $R_g(t)$ s'écrit:

$$r_g(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_g(t) e^{-2\pi i v t} dt$$

$$r_g(v) = \sum_{K=1}^n q_{K,g} \exp \left[-2\pi i v \sum_{j=0}^{K-1} \theta_{j,g} \right] h_{K,g}(v).$$

On déduit donc de (8):

$$E\{X(t)\} = \rho \sum_{K=1}^n \alpha_K E\{h_K(0)\}. \quad (10)$$

On déduit également de $r_g(v)$:

$$\begin{aligned}
E \{ |r_g(v)|^2 \} &= E \{ r_g(v) r_g^*(v) \} = \sum_{K, l=1}^n E \{ q_{Kg} q_{lg} \} E \left\{ \exp \left[2 \pi i v \left[\sum_{j=0}^{l-1} \theta_{jg} - \sum_{j'=0}^{K-1} \theta_{j'g} \right] \right] \right\} E \{ h_{Kg}(v) h_{lg}^*(v) \} = \\
&= \sum_{K=1}^n E \{ q_{Kg}^2 \} E \{ |h_{Kg}(v)|^2 \} + \sum_{l=2}^n \sum_{K=1}^{l-1} E \{ q_{Kg} q_{lg} \} E \left\{ \exp \left[2 \pi i v \sum_{j=K}^{l-1} \theta_{jg} \right] \right\} E \{ h_{Kg}(v) h_{lg}^*(v) \} + \\
&\quad + \sum_{K=2}^n \sum_{l=1}^{K-1} E \{ q_{Kg} q_{lg} \} E \left\{ \exp \left[- 2 \pi i v \sum_{j=1}^{K-1} \theta_{jg} \right] \right\} E \{ h_{Kg}(v) h_{lg}^*(v) \}
\end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}
E \{ |r(v)|^2 \} &= \sum_{K=1}^n \alpha_K E \{ |h_K(v)|^2 \} + \\
&\quad + 2 \sum_{l=2}^n \sum_{K=1}^{l-1} \alpha_K \alpha_l \Re \left\{ c_{Kl}(v) \prod_{j=K}^{l-1} \varphi_j(2 \pi v) \right\}
\end{aligned}$$

où φ_j représente la fonction caractéristique de la variable aléatoire θ_j et où c_{Kl} est définie par (2).

La distribution spectrale de $X(t)$ s'écrit donc d'après (9) :

$$\begin{aligned}
\gamma_X(v) &= \rho^2 \left| \sum_{K=1}^n \alpha_K E \{ h_K(0) \} \right|^2 \delta(v) + \\
&\quad + \rho \sum_{K=1}^n \alpha_K E \{ |h_K(v)|^2 \} \\
&\quad + 2 \rho \sum_{l=2}^n \sum_{K=1}^{l-1} \alpha_K \alpha_l \Re \left\{ c_{Kl}(v) \prod_{j=K}^{l-1} \varphi_j(2 \pi v) \right\}. \quad (11)
\end{aligned}$$

Le coefficient de $\rho^2 \delta(v)$ dans la formule (11) peut encore s'écrire :

$$\begin{aligned}
\left| \sum_{K=1}^n \alpha_K E \{ h_K(0) \} \right|^2 &= \sum_{K, l=1}^n \alpha_K \alpha_l E \{ h_K(0) \} \times \\
&\quad \times E \{ h_l^*(0) \} = \sum_{K=1}^n \alpha_K^2 |E \{ h_K(0) \}|^2 + \\
&\quad + 2 \sum_{l=2}^n \sum_{K=1}^{l-1} \alpha_K \alpha_l \Re \{ E \{ h_K(0) \} E \{ h_l^*(0) \} \}.
\end{aligned}$$

En appelant $X_K(t)$ la fonction aléatoire engendrée par le seul processus e_K , de distribution spectrale énergétique $\gamma_K(v)$, on peut exprimer $E \{ X \}$ sous la forme :

$$E \{ X(t) \} = \sum_{K=1}^n E \{ X_K(t) \}. \quad (12)$$

La distribution spectrale de $X_K(t)$ étant :

$$\begin{aligned}
\gamma_K(v) &= \rho^2 \alpha_K^2 |E \{ h_K(0) \}|^2 \delta(v) + \\
&\quad + \rho \alpha_K E \{ |h_K(v)|^2 \}, \quad (13)
\end{aligned}$$

$\gamma_X(v)$ s'écrit :

$$\begin{aligned}
\gamma_X(v) &= \sum_{K=1}^n \gamma_K(v) + 2 \rho \sum_{l=2}^n \times \\
&\quad \times \sum_{K=1}^{l-1} \alpha_K \alpha_l \left[\rho \Re \{ E \{ h_K(0) \} E \{ h_l^*(0) \} \} \times \right. \\
&\quad \times \delta(v) + \Re \left\{ c_{Kl}(v) \prod_{j=K}^{l-1} \varphi_j(2 \pi v) \right\} \left. \right]. \quad (14)
\end{aligned}$$

3.3. Par transformation de Fourier de $\gamma_X(v)$ on peut déterminer la fonction de corrélation $\Gamma_X(\tau)$ de $X(t)$ en fonction des densités de probabilité p_K (supposées existantes) des variables aléatoires θ_K , des fonctions de corrélation $\Gamma_K(\tau)$ des processus $X_K(t)$ et des moyennes et des covariances $C_{Kl}(t_1, t_2)$ des fonctions aléatoires $H_K(t)$.

La covariance C_{Kl} est définie par (1) et l'on a :

$$E \{ h_K(0) \} = \int_{-\infty}^{+\infty} E \{ H_K(t) \} dt. \quad (15)$$

Une fonction de corrélation $\Gamma(\tau)$ se déduit de la distribution spectrale énergétique correspondante par :

$$\Gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{2 \pi i v \tau} \gamma(v) dv. \quad (16)$$

En désignant par \rightleftharpoons les paires de fonctions transformées de Fourier l'une de l'autre on obtient :

$$\begin{aligned}
\gamma(v) &\rightleftharpoons \Gamma(\tau) \\
\varphi_j(2 \pi v) &\rightleftharpoons p_j(-\tau) \\
\prod_{j=K}^{l-1} \varphi_j(2 \pi v) &\rightleftharpoons (p_K * p_{K+1} * \dots * p_{l-1})(-\tau) \\
c_{Kl}(v) &\rightleftharpoons \int_{-\infty}^{+\infty} C_{Kl}(t, t - \tau) dt \\
2_l \Re \left\{ c_{Kl}(v) \prod_{j=K}^{l-1} \varphi_j(2 \pi v) \right\} &\rightleftharpoons \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} C_{Kl}(t, t - \theta) dt \right] \times \\
&\quad \times (p_K * p_{K+1} * \dots * p_{l-1})(\theta - \tau) d\theta + \\
&\quad + \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} C_{Kl}^*(t, t + \theta) dt \right] \times \\
&\quad \times (p_K * p_{K+1} * \dots * p_{l-1})(\tau - \theta) d\theta.
\end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned}
\Gamma_X(\tau) &= \sum_{K=1}^n \Gamma_K(\tau) + \rho \sum_{l=2}^n \sum_{K=1}^{l-1} \alpha_K \alpha_l \times \\
&\quad \times \left[2 \rho \Re \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} E \{ H_K(t) \} dt \int_{-\infty}^{+\infty} E \{ H_l^*(t) \} dt \right\} + \right. \\
&\quad + \int_{-\infty}^{+\infty} [(p_K * p_{K+1} * \dots * p_{l-1})(\theta)] \times \\
&\quad \times \left[\int_{-\infty}^{+\infty} (C_{Kl}(t, t - \tau - \theta) + C_{Kl}^*(t, t + \tau - \theta)) dt \right] d\theta \left. \right]. \quad (18)
\end{aligned}$$

3.4. Dans le cas de la filiation unique, c'est-à-dire lorsque $n = 2$, les formules (12), (14) et (18) se réduisent à :

$$E\{X(t)\} = E\{X_1(t)\} + E\{X_2(t)\} \quad (19)$$

$$\gamma_X(v) = \gamma_1(v) + \gamma_2(v) + 2\rho\alpha_1\alpha_2[\mathcal{R}\{E\{h_1(0)\} \times E\{h_2^*(0)\}\} \rho\delta(v) + \mathcal{R}\{c_{12}(v)\varphi(2\pi v)\}] \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_X(\tau) &= \Gamma_1(\tau) + \Gamma_2(\tau) + 2\rho^2\alpha_1\alpha_2 \times \\ &\times \mathcal{R}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} E\{H_1(t)\} dt \int_{-\infty}^{+\infty} E\{H_2^*(t)\} dt\right\} + \\ &+ \rho\alpha_1\alpha_2 \int_{-\infty}^{+\infty} p(\theta) \times \\ &\times \left[\int_{-\infty}^{+\infty} [C_{12}(t, t-\tau-\theta) + C_{12}^*(t, t+\tau-\theta)] dt\right] d\theta. \end{aligned} \quad (21)$$

Si H_1 et H_2 sont des fonctions certaines et réelles, la formule précédente devient :

$$\begin{aligned} \Gamma_X(\tau) &= \Gamma_1(\tau) + \Gamma_2(\tau) + 2\rho^2\alpha_1\alpha_2 \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} H_1(t) dt \int_{-\infty}^{+\infty} H_2(t) dt + \rho\alpha_1\alpha_2 \int_{-\infty}^{+\infty} p(\theta) \times \\ &\times \left[\int_{-\infty}^{+\infty} H_1(t)[H_2(t-\tau-\theta) + H_2(t+\tau-\theta)] dt\right] d\theta. \end{aligned} \quad (22)$$

On retrouve alors la formule (3) de [5].

4. Cas où la filiation comporte des points de branchement. — On suppose qu'à certains étages de la suite de $(n-1)$ filiations, il y a plusieurs filiations possibles (points de branchement), s'excluant mutuellement, et correspondant à des tirages au sort indépendants entre eux et effectués avec des probabilités données constantes.

La fonction aléatoire $X(t)$ peut alors être considérée comme la somme de plusieurs fonctions aléatoires $X^{(j)}(t)$, correspondant chacune à l'une des filiations possibles. Les $X^{(j)}$ se différencient donc par l'intermédiaire de certaines des fonctions de pondération H_K associées.

Chaque $X^{(j)}(t)$ est associée à un phénomène primaire $\varepsilon_1^{(j)}$: les $\varepsilon_1^{(j)}$ sont des processus de Poisson stationnaires déduits de ε_1 par les tirages au sort précédents et la superposition des J processus $\varepsilon_1^{(j)}$ constitue le processus ε_1 . Les $\varepsilon_1^{(j)}$ sont donc des processus indépendants entre eux (voir annexe § 5). Les fonctions aléatoires $R_g(t)$ associées aux instants $t_{1,g}$ étant indépendantes entre elles pour des g différents, il en résulte que les $X^{(j)}(t)$ sont des fonctions aléatoires stationnaires mutuellement indépendantes.

On peut donc écrire :

$$X(t) = \sum_{j=1}^J X^{(j)}(t)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_X(\tau) &= E\{X(t)X^*(t-\tau)\} = \sum_{j=1}^J \Gamma_{X^{(j)}}(\tau) + \\ &+ \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^J E\{X^{(i)}(t)\} E\{X^{(j)*}(t)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_X(v) &= \sum_{j=1}^J \gamma_{X^{(j)}}(v) + \\ &+ \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^J E\{X^{(i)}(t)\} E\{X^{(j)*}(t)\} \delta(v). \end{aligned}$$

5. Annexe. — On déduit, par tirages au sort indépendants, de probabilités a et $1-a$, appliqués aux points successifs d'un processus de Poisson stationnaire ε , deux processus de Poisson stationnaires $\varepsilon^{(1)}$ et $\varepsilon^{(2)}$. Le processus ε ayant ρ pour paramètre, $\varepsilon^{(1)}$ et $\varepsilon^{(2)}$ ont ρa et $\rho(1-a)$ pour paramètres respectifs. Les deux processus de Poisson $\varepsilon^{(1)}$ et $\varepsilon^{(2)}$ sont indépendants. En effet :

Dans deux intervalles disjoints : les deux variables aléatoires représentant les nombres de points de ε sont indépendantes, et les tirages au sort successifs sont indépendants ; les deux variables aléatoires représentant les nombres de points de $\varepsilon^{(1)}$ et $\varepsilon^{(2)}$ peuplant respectivement l'un et l'autre de ces intervalles disjoints sont donc indépendantes.

Dans un même intervalle de longueur T : les deux variables aléatoires n_1 et n_2 , représentant les nombres de points de $\varepsilon^{(1)}$ et $\varepsilon^{(2)}$ peuplant cet intervalle, ont pour loi de probabilité conjointe (on appelle n la variable aléatoire représentant le nombre de points de ε dans cet intervalle) :

$$\begin{aligned} p_{\varepsilon^{(1)}\varepsilon^{(2)}}(K, l) &= \\ &= \Pr(n_1 = K, n_2 = l) \\ &= \Pr(n = K + l, n_1 = K) \\ &= \Pr(n = K + l) \Pr(n_1 = K | n = K + l) \\ &= e^{-\rho T} \frac{(\rho T)^{K+l}}{(K+l)!} C_{K+l}^K a^K (1-a)^l \\ &= e^{-\rho T} \frac{(a\rho T)^K}{K!} e^{-(1-a)\rho T} \frac{[(1-a)\rho T]^l}{l!} \end{aligned}$$

les deux variables aléatoires poissonniennes n_1 et n_2 sont donc indépendantes.

Dans deux intervalles non disjoints : les variables aléatoires représentant les nombres de points de $\varepsilon^{(1)}$ et $\varepsilon^{(2)}$ peuplant respectivement chacun de ces intervalles, sont chacune somme de deux variables aléatoires correspondant aux parties disjointe et non disjointe des deux intervalles ; ces variables aléatoires composantes sont mutuellement indépendantes ; ies

deux variables aléatoires nombres de points de $\varepsilon^{(1)}$ et $\varepsilon^{(2)}$ dans deux intervalles quelconques sont donc indépendantes.

Si, plus généralement, on déduit du processus de Poisson ε par tirage au sort, selon la méthode précé-

dente, J processus de Poisson $\varepsilon^{(j)}$, ces J processus sont mutuellement indépendants. Ceci résulte, par récurrence, d'après ce qui précède, de ce que l'un quelconque d'entre eux est indépendant du processus de Poisson superposition des $(J - 1)$ autres.

Bibliographie

- [1] ARQUÈS (P. Y.), BONNET (G.), Sur une fonction aléatoire de couverture particulière associée à des processus de renouvellement. *C. R. Acad. Sci.*, 1966, Série A, **263**, 843.
- [2] BLANC-LAPIERRE (A.), Modèles statistiques pour l'étude des phénomènes de fluctuations. Masson et Cie, Paris, 1963.
- [3] Argonne National Laboratory, Rapport A. N. L., n° 5800.
- [4] MABBOUX-TARIEL, MABBOUX, Spectre énergétique de certaines fonctions aléatoires de la forme ± 1 . *C. R. Acad. Sci.*, 1956, **243**, 1509.
- [5] BLANC-LAPIERRE (A.), DUMONTET (P.), Etude d'un modèle statistique introduit par les techniques de temps de vol ou par l'étude des fluctuations de temps de transit. *C. R. Acad. Sci.*, 1960, **250**, 1216.
- [6] LANDAUD (G.), MABBOUX (C.), Utilisation de la fonction aléatoire $X(t) = \pm 1$ à l'étude des lois de désintégration de radioéléments à filiations. *C. R. Acad. Sci.*, 1960, **250**, 3310.
- [7] ARQUÈS (P. Y.), Sur certains problèmes statistiques liés à l'effet de Barkhausen. *J. Physique*, 1968, **29**, 369.
- [8] BONNET (G.), ARQUÈS (P. Y.), Génération aléatoire de fonctions de couverture associées à des processus de renouvellement. *C. R. Acad. Sci.*, 1966, Série A, **263**, 798.
-